



MATHÉMATIQUES

FRAUDES la preuve par 1.

Theodore Hill demanda récemment à ses étudiants du Georgia Institute of Technology de se livrer à l'exercice suivant : jouer 200 fois à pile ou face avec une pièce de monnaie et noter leurs résultats. Comme de bien entendu, bon nombre d'entre eux firent l'économie de l'expérience et se contentèrent d'inscrire des résultats au hasard. Le lendemain, d'un seul coup d'œil sur les copies, il repéra ceux qui n'avaient pas joué le jeu. Comment ?

Theodore Hill fait partie de ces statisticiens, mathématiciens et autres analystes qui pensent qu'un théorème assez ancien, connu sous le nom de « loi de Benford », constitue aujourd'hui un outil puissant et d'un usage assez simple pour détecter toutes sortes de fraudes, fiscales, comptables ou financières, pratiquées par des individus ou des entreprises. Et de fait,

les contrôleurs du fisc de nombreux pays et de certains États américains, notamment la Californie, tout comme des experts-comptables qui travaillent pour de grandes entreprises, utilisent des logiciels fondés sur la loi de Benford pour démasquer d'éventuelles failles dans certains comptes.

En 1938, Frank Benford était physicien chez General Electric. Il se demanda un jour pourquoi, dans tous les livres de tables logarithmiques, les pages des nombres commençant par le chiffre 1 étaient beaucoup plus sales et froissées que

les autres. Il faut rappeler qu'à l'époque, en l'absence de calculatrices et d'ordinateurs, les calculs complexes s'effectuaient à l'aide de ces livres, qui contenaient des collections de tableaux pour convertir des nombres en leurs logarithmes, et inversement.

Ces pages plus usées rendaient Benford perplexe. Pour en avoir le cœur net, il s'est livré à l'analyse mathématique de 20 229 données numériques prises au hasard : de la superficie de certaines rivières, aux résultats de matchs de baseball, en passant par des chiffres relevés dans des articles de journaux ou les numéros de rues des 342 premiers noms du répertoire des scientifiques américains.

Benford constata que ces nombres, qui n'avaient aucun lien entre eux, paraissaient observer une certaine règle : 30 % d'entre eux commençaient par 1. Benford définit et démontra son théorème : « Si 1 est l'absolue certitude et 0 l'impossibilité, la probabilité qu'un chiffre entier d , de 1 à 9, soit le premier chiffre d'un nombre pris au hasard se calcule par « logarithme (base 10) de $1 + 1/d$. » En clair, si vous prenez n'importe quel nombre au hasard,

vous avez 30 % de chances (presque 1 sur 3) qu'il débute par le chiffre 1 ; 17,6 % de chances qu'il débute par 2 et ainsi de suite jusqu'à 9 (4,6 %). Et plus la liste de nombres est grande, plus précisément le théorème sera vérifié.

Pour en revenir au jeu de pile ou face, le professeur de mathématiques de Georgie a démontré récemment, dans un article publié par la revue *American Scientist*,

qu'en lançant 200 fois la pièce, le même résultat, pile ou face, apparaît au moins six fois successives. Pour cette démonstration, il s'est appuyé sur le théorème de Benford. C'est ainsi qu'il a confondu d'un coup d'œil ceux de ses élèves qui avaient triché : leurs résultats ne comportaient aucune série d'au moins six fois de suite le mot « pile » ou le mot « face ».

Le théorème de Benford a d'autres applications. Mark Negrini, un expert-comptable américain, est de ceux qui l'ont utilisé dans leur métier. Précisément, depuis 1995, pour dépister des cas de fraudes fiscales à Brooklyn, dans l'État de New York. Son raisonnement reposait sur l'idée que les différents montants collectés au fil du temps pour tel ou tel impôt représentaient suffisamment de données chiffrées pour que la loi de Benford s'applique. Si elle était vérifiée, les déclarations étaient supposées honnêtes. Sinon, il y avait soupçon de fraude et il fallait ouvrir une enquête. Negrini a mis au point un programme informatique complexe qui a fait l'objet de sa thèse de doctorat. Robert Burton, le patron des contrôleurs fiscaux de Brooklyn, a pu vérifier le programme à partir de sept cas réels de fraude. À chaque fois, le programme a indiqué qu'il avait sans doute affaire à un fraudeur.

Il reste que le programme de Negrini n'est pas la panacée. Tout d'abord, pour une raison pratique : il détecte plus de cas de fraude probable que les services de Burton ne peuvent matériellement examiner. Ensuite, son fonctionnement est perturbé par le chiffre 24. L'explication est assez simple, et typiquement américaine (mais d'autres chiffres peuvent exister dans d'autres pays) : pour qu'il soit déductible du revenu imposable en tant que frais professionnel, le montant maximal d'un repas est fixé à 25 dollars par la loi (150 FF). Les hommes d'affaires se font donc établir des notes de restaurant pour une somme inférieure, généralement entre 24 et 24,90 dollars. L'examen des notes de frais à l'aune de la loi de Benford s'en trouve donc faussé : il y a beaucoup trop de montants commençant par 24, donc par 2, qu'il ne devrait statistiquement y en avoir. ■

PATRICK SANDOULY